

**CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ
„ADOLF HAIMOVICI”***Ediția a XXVIII-a***ETAPA JUDEȚEANĂ – 7 martie 2026****Clasa a XI-a – Secțiunea H2 – Profil real, specializarea științe ale naturii****Subiectul 1. (20 puncte)**Se consideră matricele $A, B \in M_2(\mathbb{R})$ cu proprietatea că $AB - BA = A$.

- Arătați că $\text{tr}(A) = 0$.
- Demonstrați că $ABA = O_2$.

Subiectul 2. (20 puncte)Fie punctele $A(-1, 6), B(1, -3), C(9, 0)$ și $D(4, 10)$.

- Calculați aria patrulaterului $ABCD$.
- Determinați mulțimea punctelor P din planul patrulaterului $ABCD$, astfel încât ariile triunghiurilor PAB și PCD să fie egale.

Subiectul 3. (20 puncte)

- Să se demonstreze inegalitatea: $-\frac{1}{4} \leq x^2 - x < 0, \forall x \in (0, 1)$.
- Se consideră funcția $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, continuă cu $f(0)f(1) < 0$. Să se arate că există un număr $c \in (0, 1)$ astfel încât $-\frac{1}{4} \leq f(c) + f(c^2) < 0$.

Subiectul 4. (30 puncte)Doi asteroizi Asterisc și Obelisc, situați în același plan, pornesc la momentul $x_0 = 0$, descriindurmătoarele legi de mișcare: Asterisc are traiectoria descrisă de $f(x) = \frac{2ax + a + 2}{2x + 1}, x \in [0, +\infty)$, iar Obelisc aretraiectoria descrisă de $g(x) = \frac{4ax^2 + 5x + 3}{bx^2 + 4}, x \in [0, +\infty)$, unde $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

La un moment dat cei doi asteroizi se ciocnesc, dar își urmează traiectoria.

- Determinați parametrii reali $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$, știind că traiectoriile, după ciocnire, sunt asimptotice dreptei $y = 1$.
- Pentru a și b determinați la punctul a), aflați după cât timp de la pornire, se ciocnesc cei doi asteroizi, unitatea de timp fiind ora.

Notă:*Timp de lucru 3 ore; toate subiectele sunt obligatorii; se acordă 10 puncte din oficiu.**Punctajul maxim este de 100 de puncte.*